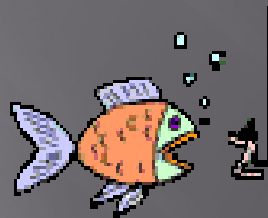
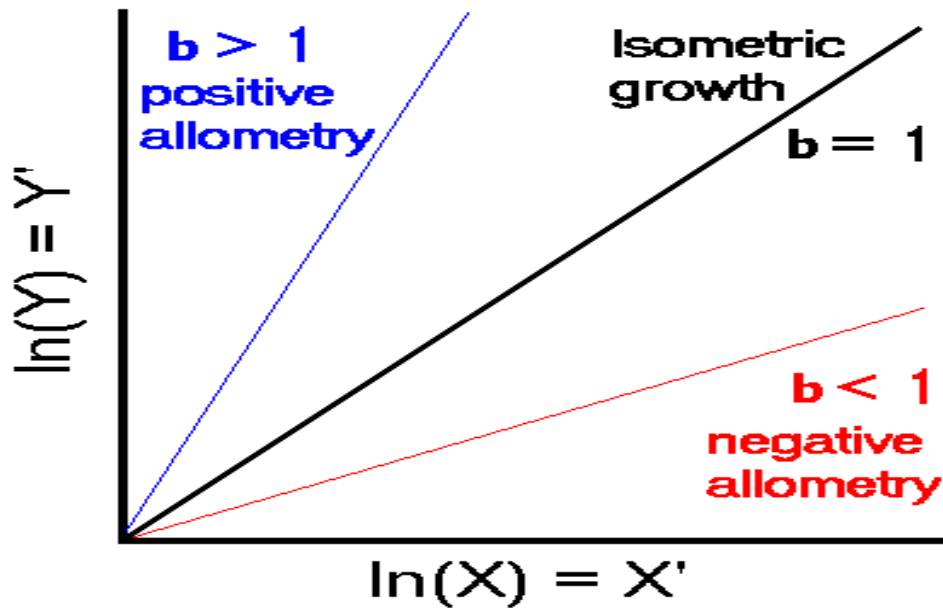


LA CRESCITA ALLOMETRICA  
E LE SUE IMPLICAZIONI  
NELLO STUDIO DELLE  
POPOLAZIONI ITTICHE



# VARIAZIONE ALLOMETRICHE IN FUNZIONE DELLE DIMENSIONI CORPOREE



In matematica, una isometria fra due spazi metrici è una corrispondenza biunivoca fra i due spazi che preserva le distanze.

In biologia, l'assenza di isometria comporta che i fattori di scala di vari processi fisici non siano direttamente proporzionali alle dimensioni degli organismi.

La relazione che lega un dato processo ( $Y$ ) alle dimensioni ( $X$ ):

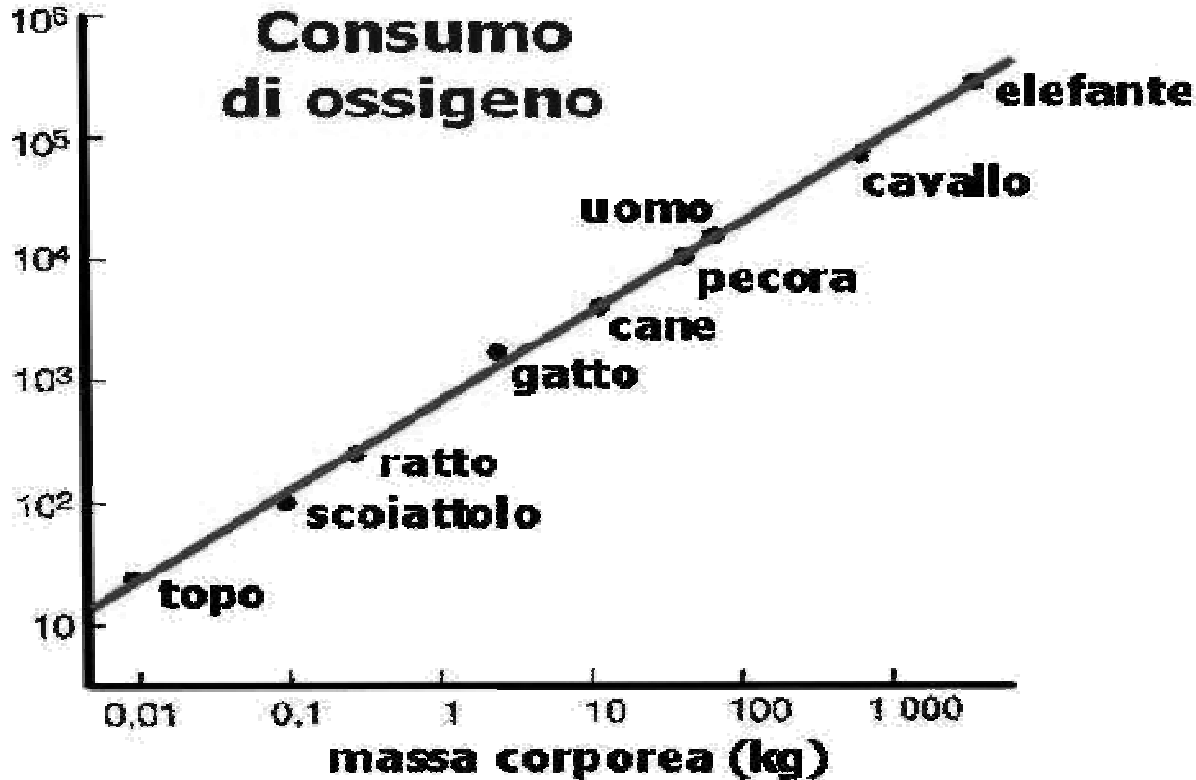
$$y = a + bX$$

Il coefficiente di regressione  $b$  è detto costante allometrica.

Quando  $b = 1$ , c'è perfetta proporzionalità tra  $Y$  e  $X$  (c'è isometria).

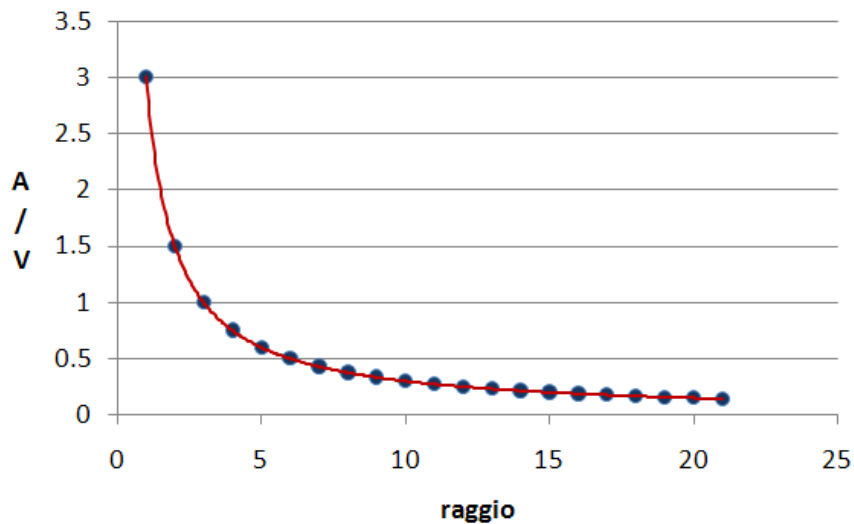
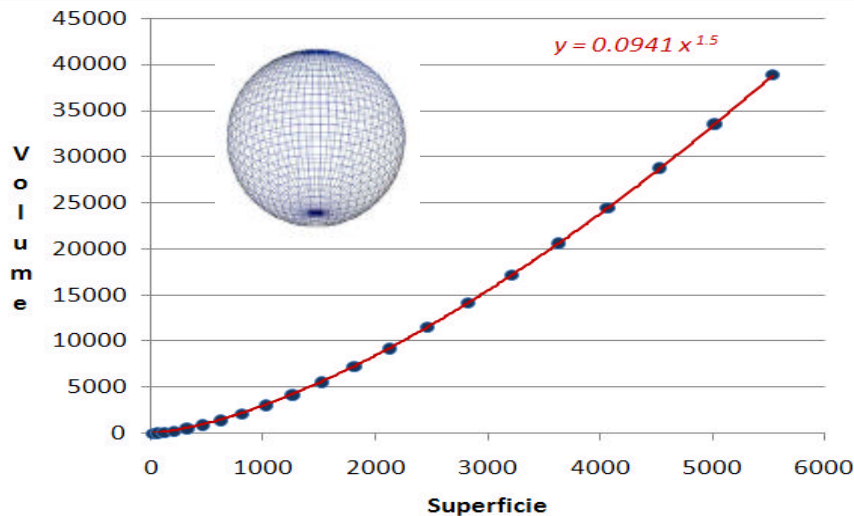
Quando  $b \neq 1$ ,  $Y$  non è perfettamente proporzionale a  $X$  (c'è allometria). Per  $b > 1$ ,  $Y$  cresce in modo più rapido di  $X$ ; per  $b < 1$ ,  $X$  cresce in modo più rapido di  $Y$ .

# DIMENSIONI CORPOREE E METABOLISMO



$$y = 0,73 X$$

# RAPPORTO SUPERFICIE/VOLUME



L'allometria di molte relazioni fra processi e dimensioni dipende da semplici fatti geometrici.

Il volume di una sfera cresce proporzionalmente al cubo del proprio raggio, mentre la superficie cresce proporzionalmente al quadrato del proprio raggio.

La relazione tra la superficie (A) ed il volume (V) ha costante allometrica  $3/2$ .

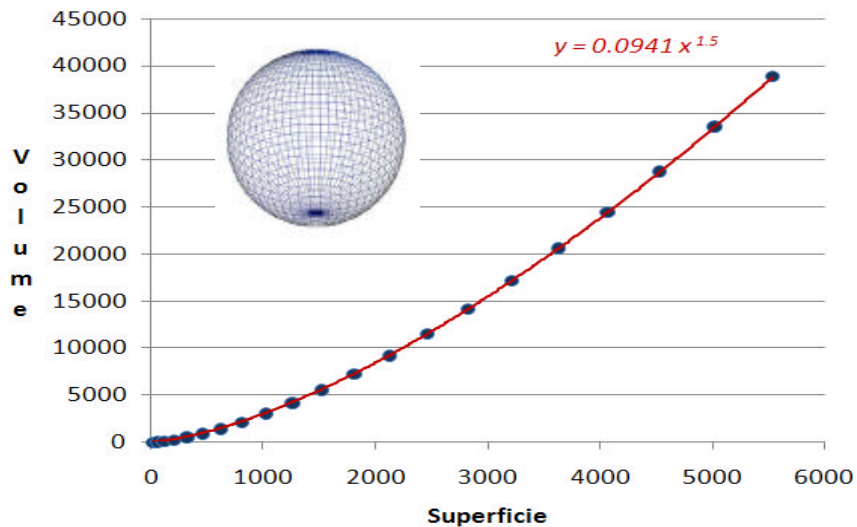
$$V = A^{1.5}$$

Gli organismi più grandi quindi hanno a disposizione una superficie relativamente più piccola rispetto al volume del corpo.

Questo condiziona molti dei modi in cui un organismo si rapporta al proprio ambiente



# PROPRIETA' MATEMATICHE DELLA RELAZIONE



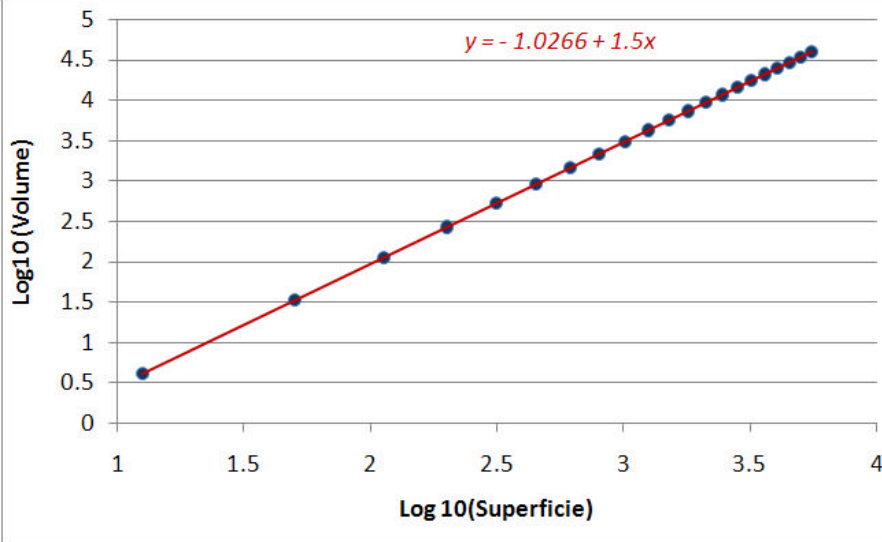
La relazione fra due variabili può essere espressa mediante una relazione di tipo moltiplicativo:

$$Y = a X^b$$

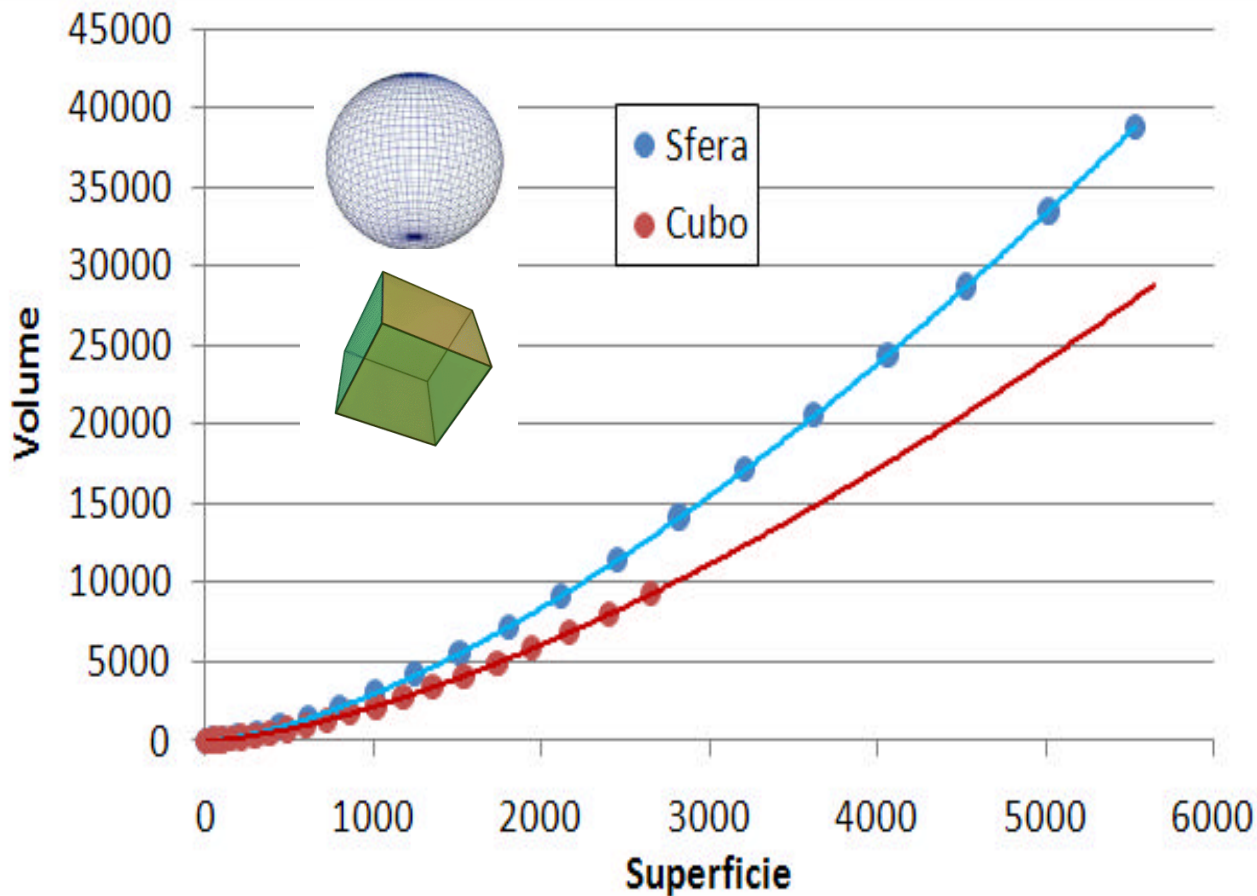
La trasformazione logaritmica delle variabili rende la relazione di tipo lineare:

$$\log_{10} Y = a' + b \log_{10} X$$

Il coefficiente allometrico  $b$  (coefficiente di regressione) rimane invariato.



# PROPRIETA' DELLA FORMA



Chiaramente gli organismi viventi non sono delle sfere.

Solidi di forma diversa hanno rapporti Superficie/Volume che variano in modo diverso in funzione della propria grandezza.

Per ogni dato volume la sfera è il solido racchiuso dalla superficie minore.

Tanto più un organismo si approssima nella forma ad una sfera, tanto minore sarà per un dato volume la sua superficie.

# ACCRESCIMENTO NEI PESCI

Mammiferi e Uccelli ENDOTERMI :

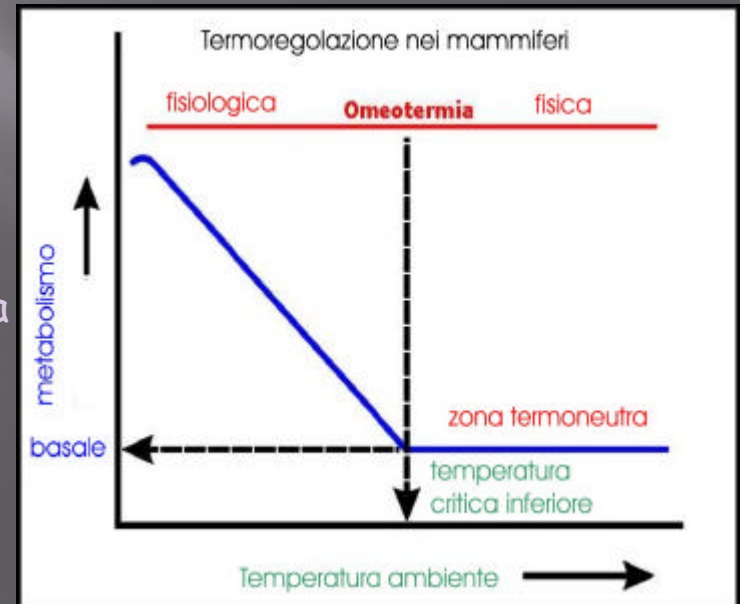
ACCRESCIMENTO DEFINITO (tipicamente molto basso o nullo dopo il raggiungimento della maturità sessuale).

Pesci ECTOTERMI:

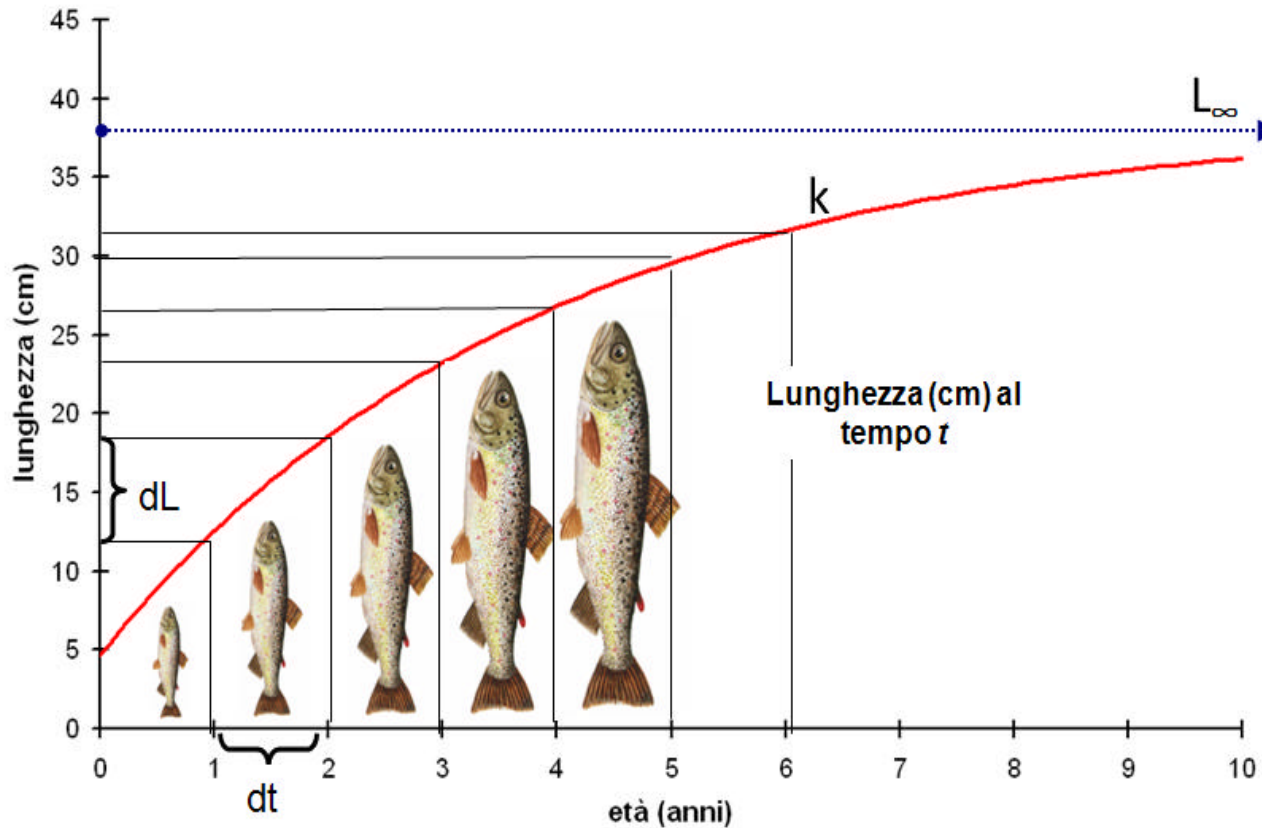
ACCRESCIMENTO CONTINUO per tutto la vita.

## IPOTESI SUI MOTIVI

1. I mammiferi e gli uccelli devono utilizzare gran parte dell'energia a loro disposizione per mantenere costante la temperatura corporea; negli ectotermi il metabolismo a riposo è molto più basso che negli endotermi.
2. I mammiferi e gli uccelli spendono più energia per mantenere la loro posizione nello spazio. I pesci vivono in un fluido, l'acqua, che li sostiene meccanicamente ed anche questo costituisce un risparmio da un punto di vista energetico (Lagler, 1977).



# MODELLO DI ACCRESCIMENTO NEI PESCI



## MODELLO DI ACCRESCIMENTO TEORICO DI UN PESCE

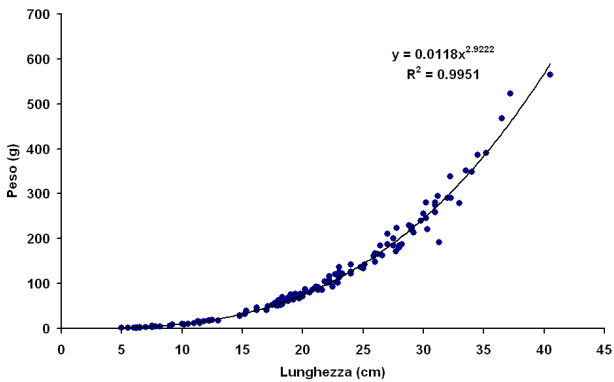
(relazione lunghezza - età):

La lunghezza tende ad un asintoto ( $L_{\infty}$  = Lunghezza massima raggiungibile teoricamente dagli individui se vivessero all'infinito).

Gli incrementi in lunghezza si riducono (dL) all'aumentare dell'età.

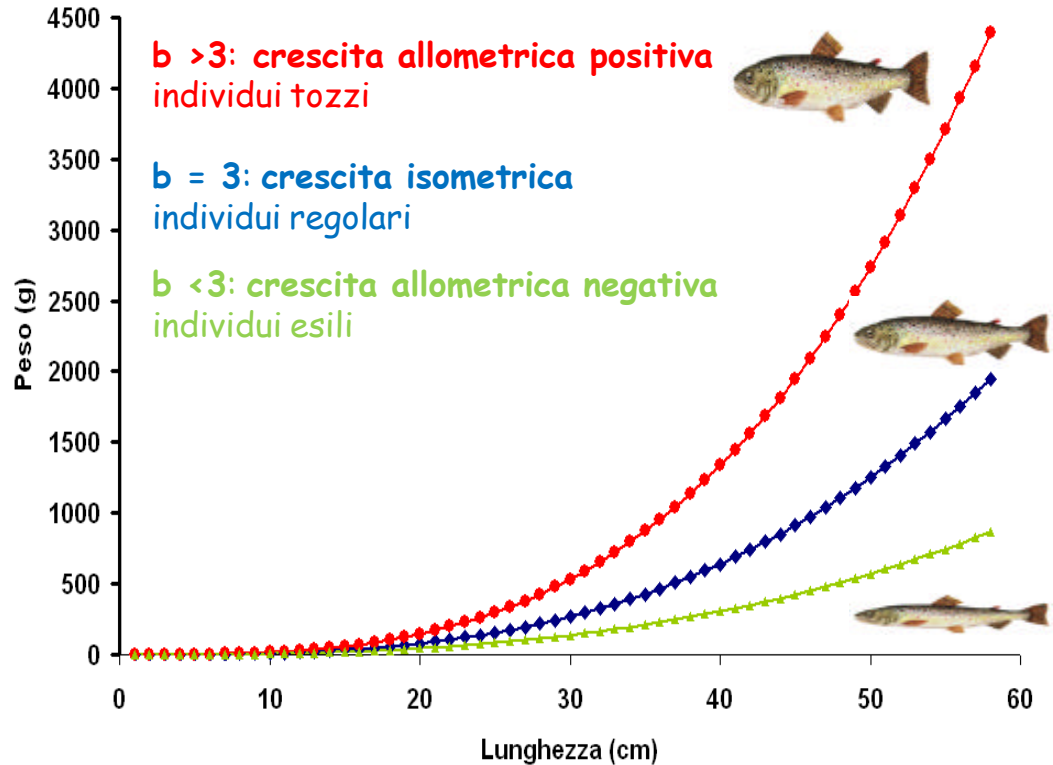
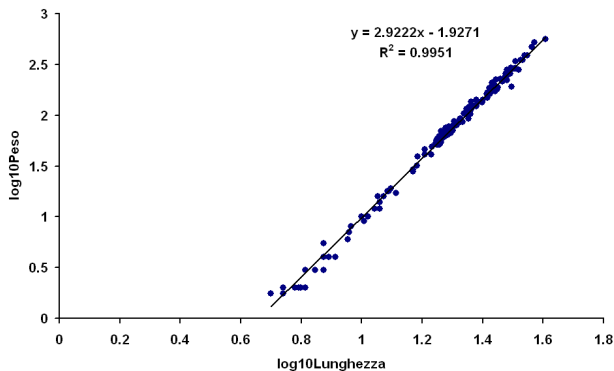
# RELAZIONE LUNGHEZZA PESO

$$P = aL^b$$



$a$  = intercetta con l'asse delle  $y$ ;  
 $b$  = coefficiente di regressione;

$$\log_{10} P = a' + b \log_{10} L$$





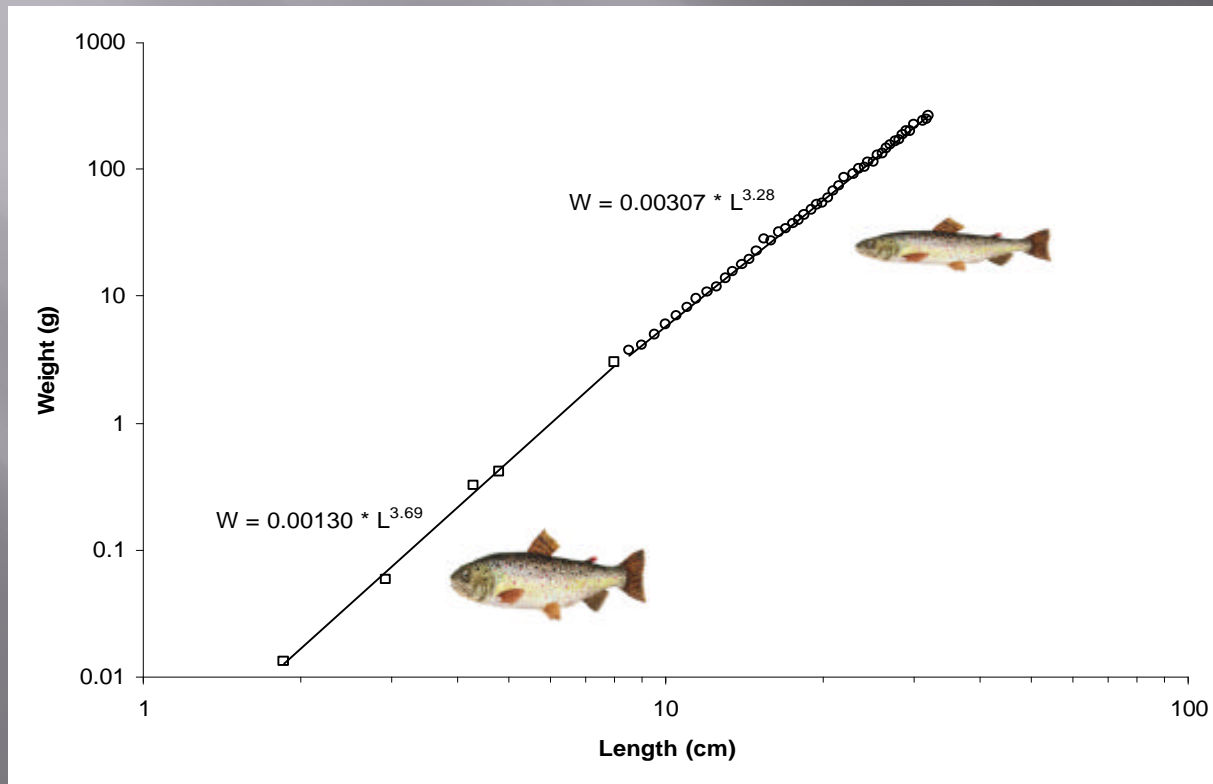
# IMPLICAZIONI PRATICHE

La relazione lunghezza peso si può modificare durante lo sviluppo (gruppi di accrescimento):

plot of weight vs. length for *Clupea harengus*, inflection point at about 8 cm.

For the first growth stanza:  $r^2 = 0.9984$ ; 95% CL of  $b = 3.66 - 3.72$ .

For the second growth stanza:  $r^2 = 0.9996$ ; 95% CL of  $b = 3.28 - 3.29$ .



La principale conseguenza della presenza dei gruppi di accrescimento o dell'allometria è che durante lo sviluppo cambia la forma del pesce e si modificano le proporzioni fra le diverse parti del corpo.

Questo ha importanti conseguenze pratiche nello studio dei pesci.



# IMPORTANZA DELLE ANALISI LT-W

Lo studio relazione lunghezza - peso nelle popolazioni ittiche è utile:

- ai fini pratici, per stimare il peso degli individui partendo da un parametro (lunghezza) molto più facile da rilevare;
- per capire le modalità con cui si realizza lo sviluppo e l'accrescimento individuale;
  - per stimare gli indici di condizione che permettono di valutare lo stato di benessere degli individui, gruppi di individui ed intere popolazioni;
- unitamente all'analisi delle caratteristiche ambientali, per conoscere meglio la biologia e l'ecologia delle popolazioni ittiche.

Gli indici di condizione si basano sul principio che, a parità di lunghezza, un pesce che pesa di più si trova in uno stato di benessere migliore.

- Sono considerati degli indicatori delle riserve di energia contenute nei tessuti;
  - Permettono caratterizzare le componenti dell'ambiente in cui i pesci vivono (disponibilità di cibo ed habitat, competizione, predazione, parassiti, fattori fisici ed inquinamento);
  - Una condizione scadente può influenzare negativamente la sopravvivenza, il raggiungimento della maturità sessuale e lo sforzo riproduttivo di un pesce nelle diverse fasi del suo ciclo biologico.

# INDICI DI CONDIZIONE

Il fattore di condizione di Fulton

$$K = (W/L^3) \times 100$$

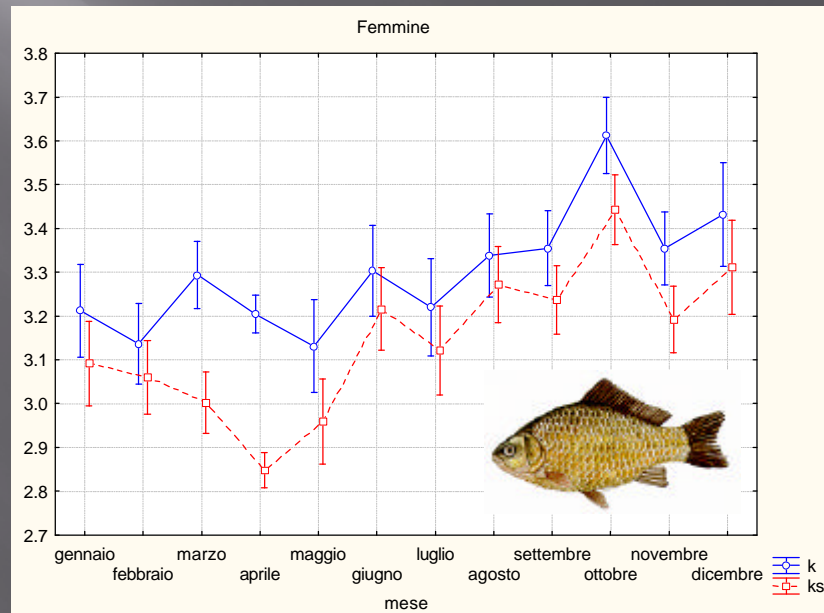
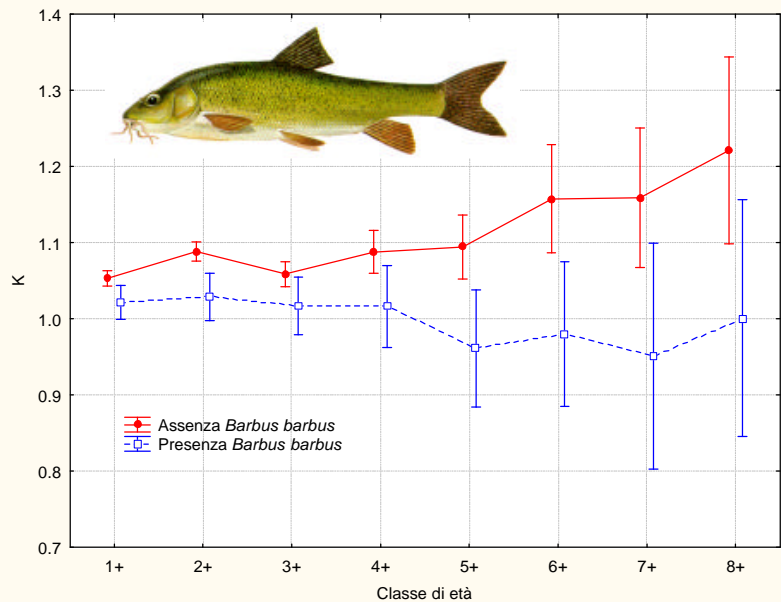


**W** = peso di un individuo espresso in grammi

**L** = lunghezza totale in centimetri

Assume che la crescita sia isometrica: la forma del pesce non varia con la lunghezza.

Permette di confrontare solo pesci di taglia simile appartenenti alla stessa specie.

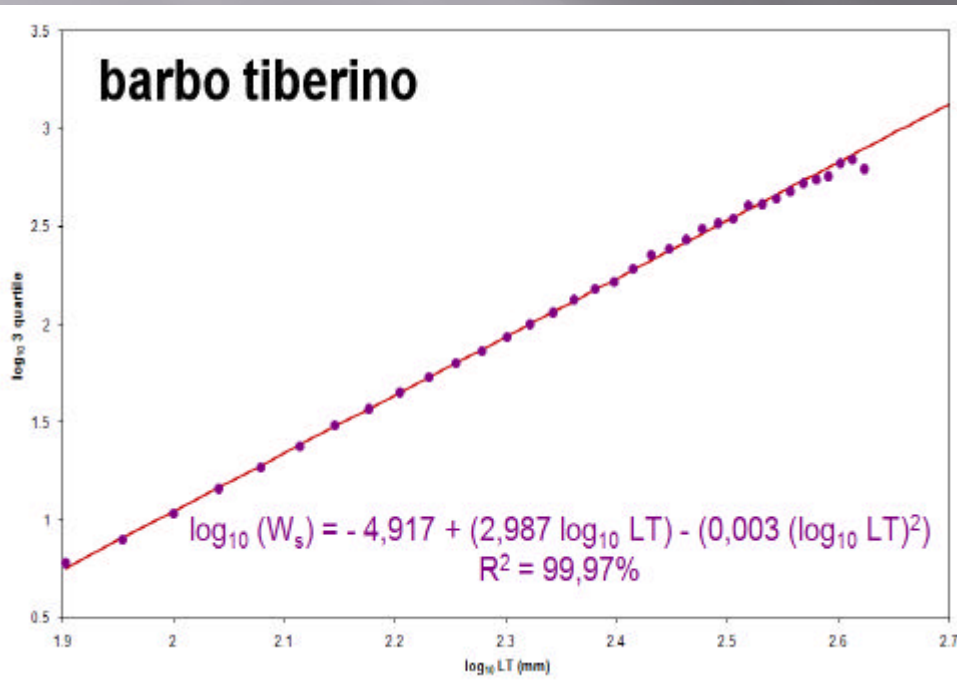


# PESO RELATIVO

$$W_r = (W / W_s) \times 100$$

$W$  = peso di un individuo espresso in grammi

$W_s$  = peso standard predetto sulla una regressione lunghezza-peso tipica della specie.



Confronta il peso reale di un individuo ed il peso ideale di un esemplare della stessa specie in buone condizioni fisiologiche (peso standard).

Il  $W_s$  è definito come il 75° percentile del peso di una data specie entro specifici incrementi di lunghezza:

si tratta, in poche parole, di una "condizione media di riferimento" rispetto alla quale comparare i pesci.

Un  $W_r$  uguale a 100 per un dato esemplare significa che è al 75° percentile del peso di quella specie e per quella lunghezza.

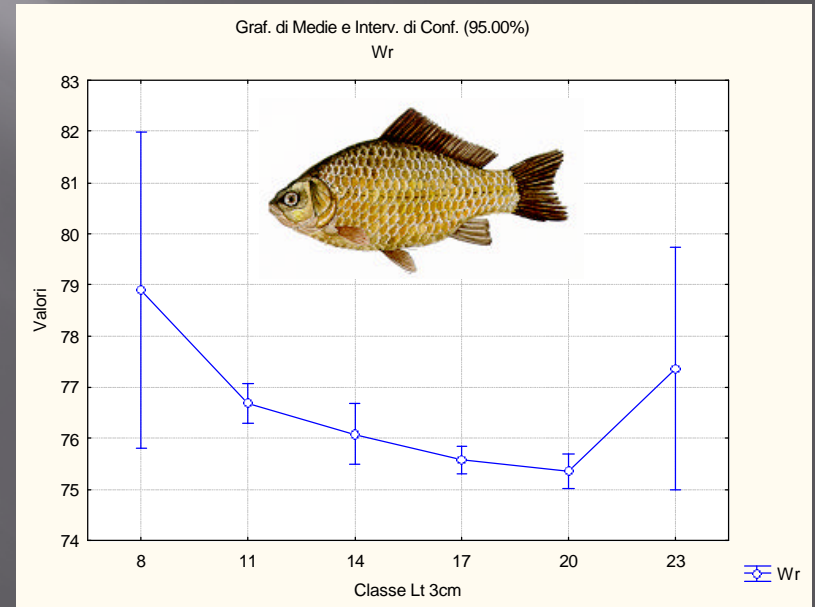
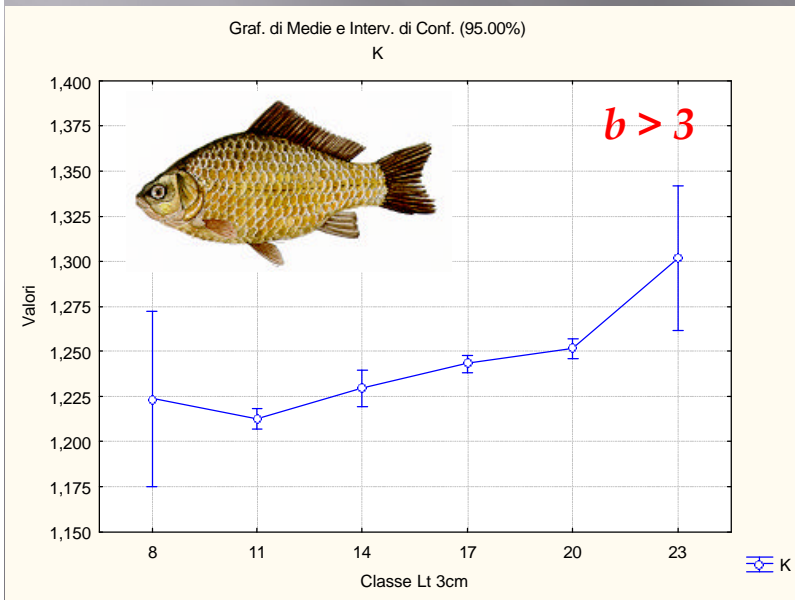
$W_r \gg 100$  = CATTIVO USO DEL SURPLUS DI NUTRIMENTO

$95 < W_r < 105$  = CONDIZIONE BUONA

$W_r < 100$  = CONDIZIONE CATTIVA

# VANTAGGI E SVANTAGGI DEL PESO RELATIVO:

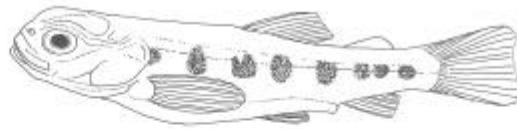
- E' indipendente dal tipo di accrescimento e quindi non è influenzato da un'eventuale crescita allometrica.
- Il suo valore non varia con la taglia.
- Permette il confronto fra individui, gruppi di individui ed intere popolazioni.
- Le regressioni vanno calcolate specie per specie, su campioni rappresentativi del maggior numero di popolazioni e della maggior parte dell'areale di distribuzione della specie





# MORFOMETRIA

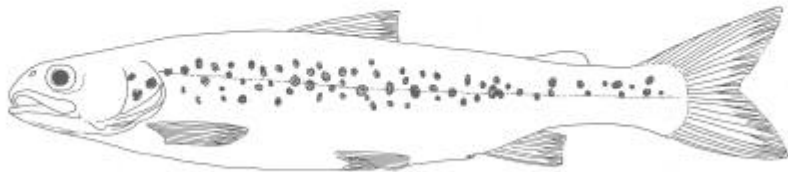
A



B



C



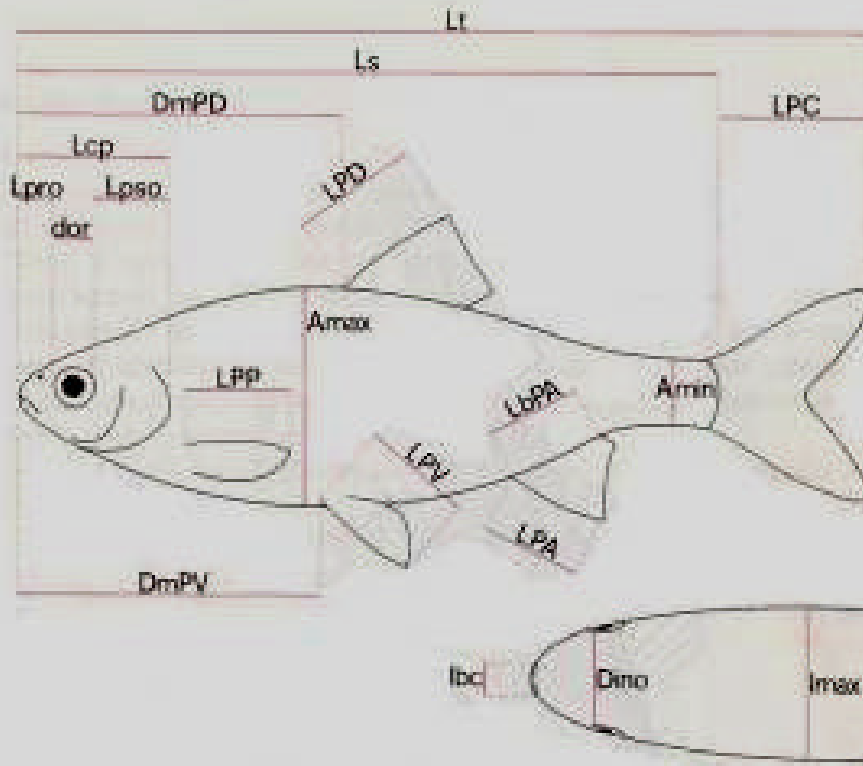
La morfometria è lo studio delle misure e delle proporzioni fra le varie parti del corpo di un organismo.

L'obiettivo di un'analisi morfometrica è la descrizione della forma (Schaefer, 1991).

Le misure morfometriche sono utilizzate nelle indagini di tipo sistematico, per la diagnosi delle specie, per acquisire elementi sulla variabilità morfologica intraspecifica.

La presenza di una crescita allometrica e i cambiamenti associati nella forma obbligano ad utilizzare nel confronto esclusivamente gruppi di individui omogenei per taglia.

# STANDARDIZZAZIONE DEI PARAMETRI



L'influenza della crescita allometrica può essere eliminata o ridotta mediante una standardizzazione dei valori misurati in funzione della lunghezza dei soggetti esaminati.

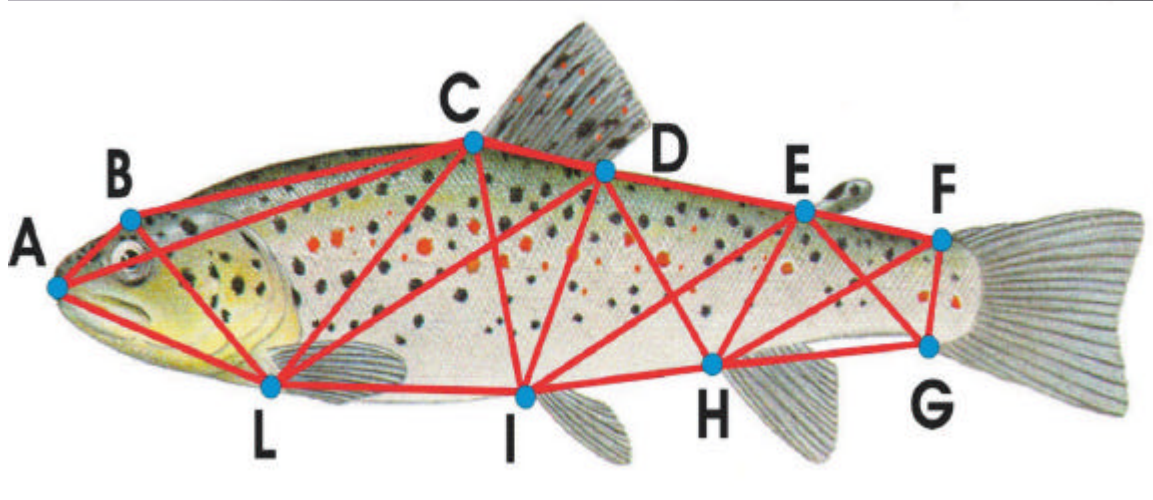
In genere l'utilizzo di formule che tengano conto delle relazioni allometriche esistenti è ritenuto un metodo più efficace della semplice trasformazione percentuale delle misure (Giovinazzo et al., 1991; Carletti et al., 2003).

$$M_t = M_0 \times \left( \frac{L}{L_0} \right)^b$$

$$M_t = \frac{M_0}{LT} \times 100$$



# MORFOMETRIA CLASSICA E GEOMETRICA



Nella morfometria "classica" le misure che tradizionalmente vengono usate per descrivere la forma di un pesce sono scelte per convenzione e non seguono criteri tassonomici.

Bookstein (1982) e Strass e Bookstein (1982) hanno criticato tale approccio metodologico: le distanze usate tendono ad essere allineate lungo l'asse longitudinale e l'errore associato all'allometria è quindi esaltato. In alternativa alle misure tradizionali viene proposto un protocollo geometrico ("morfometria geometrica"): i caratteri da misurare sono selezionati a partire da alcuni punti (landmark), collocati sul profilo del pesce ed aventi significato biologico.

Il corpo del pesce viene diviso in quadrilateri e ciò presenta il vantaggio di includere distanze oblique e verticali per una più ampia copertura della forma; inoltre si deve aggiungere la maggiore capacità del metodo nel ricostruire la forma partendo dai dati originali e la compensazione dell'errore causale associato alle singole misure (Schaefer, 1991).

# ANALISI STATISTICA MULTIVARIATA

L'Analisi delle Componenti Principali (PCA) è una tecnica statistica di ordinamento che riduce il numero delle variabili iniziali.

Esemplare	LT	AB	AC	AL	BC	BL	CL	CD	CI	DL	DE	DH	DI	EI	EF	EG	EH	FH	FG	GH	HI	IL
1	10.50	0.53	0.53	1.31	1.17	1.75	1.62	0.70	0.88	1.17	1.00	0.95	1.35	1.91	0.62	0.56	0.66	0.74	0.57	0.82	0.93	1.01
2	11.00	0.55	0.55	1.38	1.22	1.83	1.69	0.73	0.92	1.22	1.05	1.00	1.41	2.00	0.65	0.59	0.69	0.77	0.60	0.86	0.97	1.06
3	11.50	0.58	0.58	1.44	1.28	1.92	1.77	0.77	0.96	1.28	1.10	1.05	1.47	2.09	0.68	0.61	0.72	0.81	0.63	0.90	1.02	1.11
4	12.00	0.60	0.60	1.50	1.33	2.00	1.85	0.80	1.00	1.33	1.14	1.09	1.54	2.18	0.71	0.64	0.75	0.85	0.66	0.94	1.06	1.15
5	12.50	0.63	0.63	1.56	1.39	2.08	1.92	0.83	1.04	1.39	1.19	1.14	1.60	2.27	0.74	0.67	0.79	0.88	0.68	0.98	1.11	1.20
6	13.00	0.65	0.65	1.63	1.44	2.17	2.00	0.87	1.08	1.44	1.24	1.18	1.67	2.36	0.76	0.70	0.82	0.92	0.71	1.02	1.15	1.25
7	13.50	0.68	0.68	1.69	1.50	2.25	2.08	0.90	1.13	1.50	1.29	1.23	1.73	2.45	0.79	0.72	0.85	0.95	0.74	1.05	1.19	1.30
8	14.00	0.70	0.70	1.75	1.56	2.33	2.15	0.93	1.17	1.56	1.33	1.27	1.79	2.55	0.82	0.75	0.88	0.99	0.77	1.09	1.24	1.35
9	14.50	0.73	0.73	1.81	1.61	2.42	2.23	0.97	1.21	1.61	1.38	1.32	1.86	2.64	0.85	0.78	0.91	1.02	0.79	1.13	1.28	1.39
10	15.00	0.75	0.75	1.88	1.67	2.50	2.31	1.00	1.25	1.67	1.43	1.36	1.92	2.73	0.88	0.80	0.94	1.06	0.82	1.17	1.33	1.44
11	15.50	0.78	0.78	1.94	1.72	2.58	2.38	1.03	1.29	1.72	1.48	1.41	1.99	2.82	0.91	0.83	0.97	1.09	0.85	1.21	1.37	1.49
12	16.00	0.80	0.80	2.00	1.78	2.67	2.46	1.07	1.33	1.78	1.52	1.45	2.05	2.91	0.94	0.86	1.01	1.13	0.87	1.25	1.42	1.54
13	16.50	0.83	0.83	2.06	1.83	2.75	2.54	1.10	1.38	1.83	1.57	1.50	2.12	3.00	0.97	0.88	1.04	1.16	0.90	1.29	1.46	1.59
14	17.00	0.85	0.85	2.13	1.89	2.83	2.62	1.13	1.42	1.89	1.62	1.55	2.18	3.09	1.00	0.91	1.07	1.20	0.93	1.33	1.50	1.63
15	17.50	0.88	0.88	2.19	1.94	2.92	2.69	1.17	1.46	1.94	1.67	1.59	2.24	3.18	1.03	0.94	1.10	1.23	0.96	1.37	1.55	1.68
16	18.00	0.90	0.90	2.25	2.00	3.00	2.77	1.20	1.50	2.00	1.71	1.64	2.31	3.27	1.06	0.96	1.13	1.27	0.98	1.41	1.59	1.73
17	18.50	0.93	0.93	2.31	2.06	3.08	2.85	1.23	1.54	2.06	1.76	1.68	2.37	3.36	1.09	0.99	1.16	1.30	1.01	1.45	1.64	1.78
18	19.00	0.95	0.95	2.38	2.11	3.17	2.92	1.27	1.58	2.11	1.81	1.73	2.44	3.45	1.12	1.02	1.19	1.34	1.04	1.48	1.68	1.83
19	19.50	0.98	0.98	2.44	2.17	3.25	3.00	1.30	1.63	2.17	1.86	1.77	2.50	3.55	1.15	1.04	1.23	1.37	1.07	1.52	1.73	1.88
20	20.00	1.00	1.00	2.50	2.22	3.33	3.08	1.33	1.67	2.22	1.90	1.82	2.56	3.64	1.18	1.07	1.26	1.41	1.09	1.56	1.77	1.92
21	20.50	1.03	1.03	2.56	2.28	3.42	3.15	1.37	1.71	2.28	1.95	1.86	2.63	3.73	1.21	1.10	1.29	1.44	1.12	1.60	1.81	1.97
22	21.00	1.05	1.05	2.63	2.33	3.50	3.23	1.40	1.75	2.33	2.00	1.91	2.69	3.82	1.24	1.12	1.32	1.48	1.15	1.64	1.86	2.02
23	21.50	1.08	1.08	2.69	2.39	3.58	3.31	1.43	1.79	2.39	2.05	1.95	2.76	3.91	1.26	1.15	1.35	1.51	1.17	1.68	1.90	2.07
24	22.00	1.10	1.10	2.75	2.44	3.67	3.38	1.47	1.83	2.44	2.10	2.00	2.82	4.00	1.29	1.18	1.38	1.55	1.20	1.72	1.95	2.12
25	22.50	1.13	1.13	2.81	2.50	3.75	3.46	1.50	1.88	2.50	2.14	2.05	2.88	4.09	1.32	1.20	1.42	1.58	1.23	1.76	1.99	2.16
26	23.00	1.15	1.15	2.88	2.56	3.83	3.54	1.53	1.92	2.56	2.19	2.09	2.95	4.18	1.35	1.23	1.45	1.62	1.26	1.80	2.04	2.21
27	23.50	1.18	1.18	2.94	2.61	3.92	3.62	1.57	1.96	2.61	2.24	2.14	3.01	4.27	1.38	1.26	1.48	1.65	1.28	1.84	2.08	2.26
28	24.00	1.20	1.20	3.00	2.67	4.00	3.69	1.60	2.00	2.67	2.29	2.18	3.08	4.36	1.41	1.28	1.51	1.69	1.31	1.88	2.12	2.31
29	24.50	1.23	1.23	3.06	2.72	4.08	3.77	1.63	2.04	2.72	2.33	2.23	3.14	4.45	1.44	1.31	1.54	1.73	1.34	1.91	2.17	2.36
30	25.00	1.25	1.25	3.13	2.78	4.17	3.85	1.67	2.08	2.78	2.38	2.27	3.21	4.55	1.47	1.34	1.57	1.76	1.37	1.95	2.21	2.40
31	25.50	1.28	1.28	3.19	2.83	4.25	3.92	1.70	2.13	2.83	2.43	2.32	3.27	4.64	1.50	1.36	1.60	1.80	1.39	1.99	2.26	2.45
32	26.00	1.30	1.30	3.25	2.89	4.33	4.00	1.73	2.17	2.89	2.48	2.36	3.33	4.73	1.53	1.39	1.64	1.83	1.42	2.03	2.30	2.50
33	26.50	1.33	1.33	3.31	2.94	4.42	4.08	1.77	2.21	2.94	2.52	2.41	3.40	4.82	1.56	1.42	1.67	1.87	1.45	2.07	2.35	2.55
34	27.00	1.35	1.35	3.38	3.00	4.50	4.15	1.80	2.25	3.00	2.57	2.45	3.46	4.91	1.59	1.44	1.70	1.90	1.48	2.11	2.39	2.60
35	27.50	1.38	1.38	3.44	3.06	4.58	4.23	1.83	2.29	3.06	2.62	2.50	3.53	5.00	1.62	1.47	1.73	1.94	1.50	2.15	2.43	2.64
36	28.00	1.40	1.40	3.50	3.11	4.67	4.31	1.87	2.33	3.11	2.67	2.55	3.59	5.09	1.65	1.50	1.76	1.97	1.53	2.19	2.48	2.69
37	28.50	1.43	1.43	3.56	3.17	4.75	4.38	1.90	2.38	3.17	2.71	2.59	3.65	5.18	1.68	1.52	1.79	2.01	1.56	2.23	2.52	2.74
38	29.00	1.45	1.45	3.63	3.22	4.83	4.46	1.93	2.42	3.22	2.76	2.64	3.72	5.27	1.71	1.55	1.82	2.04	1.58	2.27	2.57	2.79
39	29.50	1.48	1.48	3.69	3.28	4.92	4.54	1.97	2.46	3.28	2.81	2.68	3.78	5.36	1.74	1.58	1.86	2.08	1.61	2.30	2.61	2.84
40	30.00	1.50	1.50	3.75	3.33	5.00	4.62	2.00	2.50	3.33	2.86	2.73	3.85	5.45	1.76	1.60	1.89	2.11	1.64	2.34	2.65	2.88
41	30.50	1.53	1.53	3.81	3.39	5.08	4.69	2.03	2.54	3.39	2.90	2.77	3.91	5.55	1.79	1.63	1.92	2.15	1.67	2.38	2.70	2.93
42	31.00	1.55	1.55	3.88	3.44	5.17	4.77	2.07	2.58	3.44	2.95	2.82	3.97	5.64	1.82	1.66	1.95	2.18	1.69	2.42	2.74	2.98
43	31.50	1.58	1.58	3.94	3.50	5.25	4.85	2.10	2.63	3.50	3.00	2.86	4.04	5.73	1.85	1.68	1.98	2.22	1.72	2.46	2.79	3.03
44	32.00	1.60	1.60	4.00	3.56	5.33	4.92	2.13	2.67	3.56	3.05	2.91	4.10	5.82	1.88	1.71	2.01	2.25	1.75	2.50	2.83	3.08
45	32.50	1.63	1.63	4.06	3.61	5.42	5.00	2.17	2.71	3.61	3.10	2.95	4.17	5.91	1.91	1.74	2.04	2.29	1.78	2.54	2.88	3.13
46	33.00	1.65	1.65	4.13	3.67	5.50	5.08	2.20	2.75	3.67	3.14	3.00	4.23	6.00	1.94	1.76	2.08	2.32	1.80	2.58	2.92	3.17
47	33.50	1.68	1.68	4.19	3.72	5.58	5.15	2.23	2.79	3.72	3.19	3.05	4.29	6.09	1.97	1.79	2.11	2.36	1.83	2.62	2.96	3.22
48	34.00	1.70	1.70	4.25	3.78	5.67	5.23	2.27	2.83	3.78	3.24	3.09	4.36	6.18	2.00	1.82	2.14	2.39	1.86	2.66	3.01	3.27
49	34.50	1.73	1.73	4.31	3.83	5.75	5.31	2.30	2.88	3.83	3.29	3.14	4.42	6.27	2.03	1.84	2.17	2.43	1.89	2.70	3.05	3.32
50	35.00	1.75	1.75	4.38	3.89	5.83	5.38	2.33	2.92	3.89	3.33	3.18	4.49	6.36	2.06	1.87	2.20	2.46	1.91	2.73	3.10	3.37

Tale semplificazione è ottenuta costruendo nuove variabili sintetiche (PC) che combinano la variabilità delle variabili iniziali.

I dati sono organizzati in una matrice di  $n \times p$ , dove  $n$  sono le osservazioni e  $p$  i descrittori (le variabili).

Nel caso di un'analisi morfometrica la matrice è:  $n =$  individui  $\times p =$  misure morfometriche.

# ANALISI STATISTICA MULTIVARIATA

Per la PCA è necessaria l'estrazione di autovalori ed autovettori da una matrice.

Nel caso specifico si tratta in genere di una matrice di correlazione.

	LT	AB	AC	AL	BC	BL	CL	CD	CI	DL	DE	DH	DI	EI	EF	EG	EH	FH	FG	GH	HI	IL
LT	-	0.97	0.97	0.99	0.99	0.99	0.99	0.97	0.98	0.99	0.99	0.99	1.00	1.00	0.99	0.99	0.99	0.99	0.95	0.98	0.98	0.99
AB	0.97	-	1.00	0.99	0.99	0.99	0.99	1.00	1.00	0.99	0.99	0.99	0.98	0.98	0.99	0.99	0.99	0.99	0.83	0.89	0.91	0.91
AC	0.97	1.00	-	0.99	0.99	0.99	0.99	1.00	1.00	0.99	0.99	0.99	0.98	0.98	0.99	0.99	0.99	0.99	0.83	0.89	0.91	0.91
AL	0.99	0.99	0.99	-	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.89	0.94	0.95	0.95
BC	0.99	0.99	0.99	1.00	-	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.88	0.93	0.95	0.95
BL	0.99	0.99	0.99	1.00	1.00	-	1.00	0.99	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.90	0.95	0.96	0.96
CL	0.99	0.99	0.99	1.00	1.00	1.00	-	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.90	0.95	0.96	0.96
CD	0.97	1.00	1.00	1.00	1.00	0.99	1.00	-	1.00	1.00	0.99	0.99	0.99	0.99	1.00	1.00	1.00	1.00	0.85	0.91	0.92	0.93
CI	0.98	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	-	1.00	1.00	1.00	0.99	0.99	1.00	1.00	1.00	1.00	0.86	0.92	0.93	0.94
DL	0.99	0.99	0.99	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	-	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.88	0.93	0.95	0.95
DE	0.99	0.99	0.99	1.00	1.00	1.00	1.00	0.99	1.00	1.00	-	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.91	0.95	0.96	0.97
DH	0.99	0.99	0.99	1.00	1.00	1.00	1.00	0.99	1.00	1.00	1.00	-	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.90	0.95	0.96	0.97
DI	1.00	0.98	0.98	1.00	1.00	1.00	1.00	0.99	0.99	1.00	1.00	1.00	-	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.92	0.96	0.97	0.97
EI	1.00	0.98	0.98	1.00	1.00	1.00	1.00	0.99	0.99	1.00	1.00	1.00	1.00	-	1.00	0.99	1.00	1.00	0.92	0.97	0.97	0.98
EF	0.99	0.99	0.99	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	-	1.00	1.00	1.00	0.88	0.94	0.95	0.95
EG	0.99	0.99	0.99	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.99	1.00	-	1.00	1.00	0.88	0.93	0.94	0.95
EH	0.99	0.99	0.99	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	-	1.00	0.89	0.94	0.95	0.95
FH	0.99	0.99	0.99	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	-	0.89	0.94	0.95	0.96
FG	0.95	0.83	0.83	0.89	0.88	0.90	0.90	0.85	0.86	0.88	0.91	0.90	0.92	0.92	0.88	0.88	0.89	0.89	-	0.99	0.99	0.98
GH	0.98	0.89	0.89	0.94	0.93	0.95	0.95	0.91	0.92	0.93	0.95	0.95	0.96	0.97	0.94	0.93	0.94	0.94	0.99	-	1.00	1.00
HI	0.98	0.91	0.91	0.95	0.95	0.96	0.96	0.92	0.93	0.95	0.96	0.96	0.97	0.97	0.95	0.94	0.95	0.95	0.99	1.00	-	1.00
IL	0.99	0.91	0.91	0.95	0.95	0.96	0.96	0.93	0.94	0.95	0.97	0.97	0.97	0.98	0.95	0.95	0.95	0.96	0.98	1.00	1.00	-



# ANALISI DELLE COMPONENTI PRINCIPALI

La PCA è un metodo che riduce il numero delle variabili al fine di permettere la rappresentazione geometrica delle osservazioni e delle variabili.

La riduzione delle variabili permette di rappresentare i dati in un numero ridotto di dimensioni, cioè in un sistema di assi ortogonali (le Componenti Principali) definiti come combinazioni lineari dei descrittori originali.

	PC1	PC2	PC3	PC4
LT	-0.997	-0.062	-0.036	-0.004
AB	-0.976	0.215	0.003	0.047
AC	-0.976	0.215	0.003	0.047
AL	-0.996	0.089	-0.018	0.007
BC	-0.991	0.120	-0.004	0.065
BL	-0.998	0.055	-0.024	-0.005
CL	-0.997	0.072	-0.017	0.021
CD	-0.986	0.144	-0.027	-0.074
CI	-0.991	0.116	-0.028	-0.065
DL	-0.995	0.083	-0.030	-0.053
DE	-0.997	0.059	-0.015	0.043
DH	-0.999	0.046	-0.026	-0.009
DI	-1.000	0.011	-0.016	-0.008
EI	-1.000	-0.008	-0.021	-0.007
EF	-0.998	0.040	0.043	-0.011
EG	-0.965	-0.108	0.239	-0.007
EH	-0.969	-0.106	0.223	-0.006
FH	-0.997	0.070	-0.023	-0.011
FG	-0.922	-0.382	-0.065	0.014
GH	-0.964	-0.261	-0.054	0.007
HI	-0.971	-0.232	-0.052	0.006
IL	-0.975	-0.216	-0.050	0.005

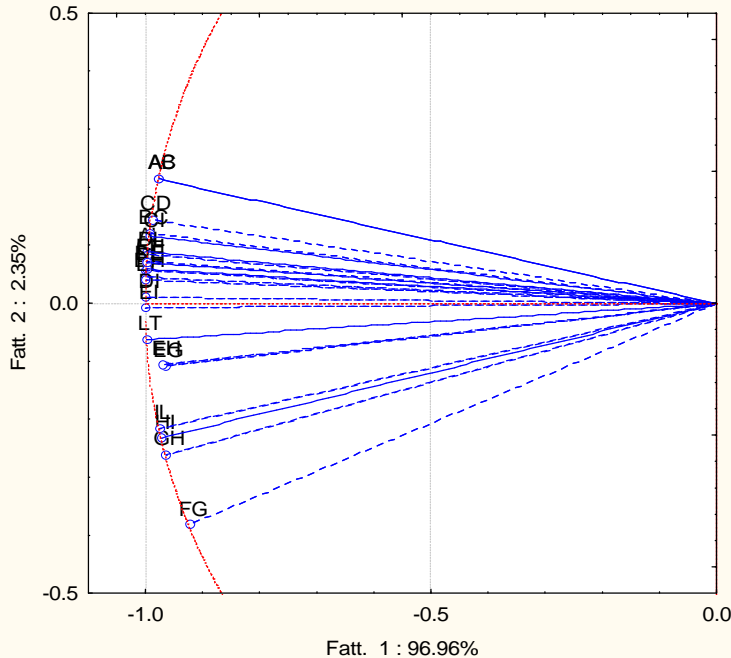
E' possibile ottenere anche una rappresentazione delle relazioni fra i descrittori stessi e fra questi ultimi e le Componenti Principali.

Tutte le misure che risultano correlate alla taglia vengono rappresentate nella prima componente estratta, che può essere quindi rimossa.

Le componenti successive alla prima descrivono meglio le differenze di forma esistenti nella popolazione, indipendentemente dalla taglia e possono essere utilizzate con successo per l'ordinamento dei dati nel confronto fra gruppi di individui (Cadrin e Friedland, 1999; Cadrin 2000; Delling et al., 2000).

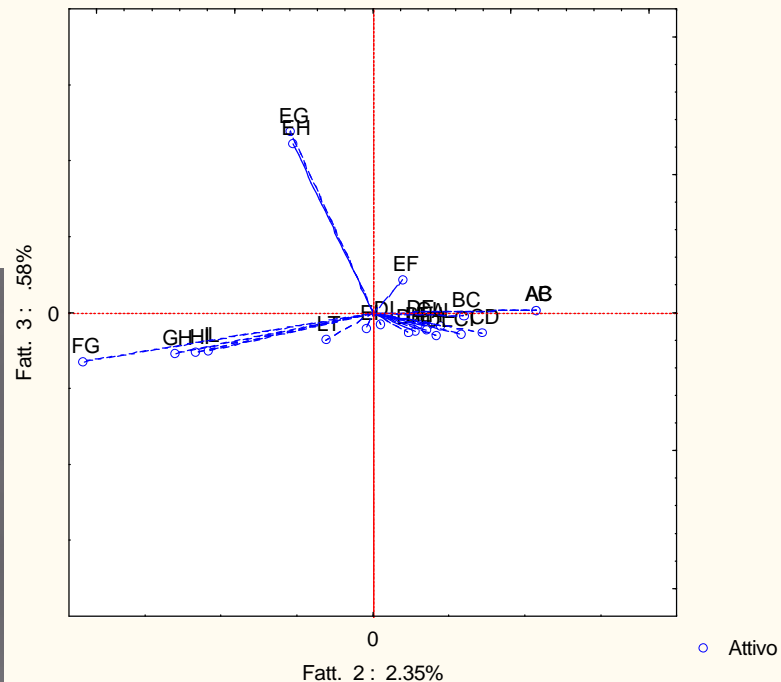
# RAPPORTI FRA LE VARIABILI

Proiezione delle variabili sul piano fattoriale (PC1 x PC2)



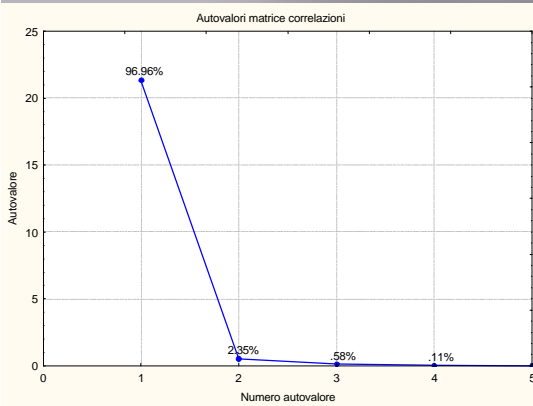
Da un punto di vista pratico, la rappresentazione delle variabili nello spazio definito dalle Componenti Principali (modello di ordinamento) si può effettuare in una, due o tre dimensioni.

Proiezione delle variabili sul piano fattoriale (PC2 x PC3)



La proiezione dei descrittori nello spazio multivariato rappresentato dalle coppie di componenti principali descrive le relazioni fra descrittori: sono gli angoli che formano i vettori che identificano i punti-descrittore a rappresentare tali relazioni.

# RISULTATI DELL'ANALISI

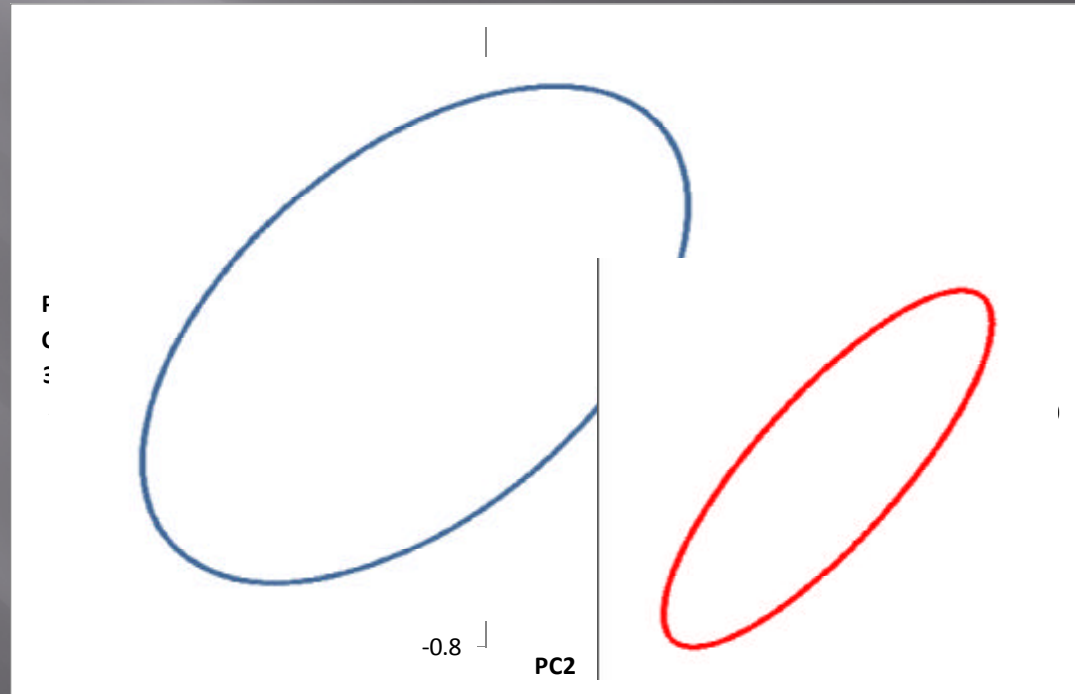


La qualità della rappresentazione ottenuta si può valutare sulla base della percentuale di varianza spiegata dalle prime Componenti Principali.

L'analisi calcola le coordinate cartesiane per le osservazioni (individui), che rappresentano la proiezione delle stesse nello spazio multivariato rappresentato dalle Componenti Principali estratte.

	Autovalore	% Totale varianza	Cumulo Autovalore	Cumulo %
PC1	21.33	96.96	21.33	96.96
PC2	0.52	2.35	21.85	99.31
PC3	0.13	0.58	21.98	99.89
PC4	0.02	0.11	22.00	100.00

Se esistono delle differenze che caratterizzano gruppi di individui diversi, vengono evidenziate dalla rappresentazione grafica delle osservazioni.





# PREGI E DIFETTI DELLA PCA

L'Analisi delle Componenti Principali richiede, per una corretta applicazione, che i descrittori siano di tipo quantitativo e che la loro distribuzione sia di tipo normale.

Inoltre, si assume che essi siano legati da relazioni lineari e che la matrice dei dati non contenga un numero eccessivo di zeri.

Nel caso in cui i descrittori non siano dimensionalmente omogenei è necessario standardizzare i dati bruti. Con la standardizzazione, tutti i valori delle variabili selezionate sono sostituiti con i rispettivi valori standardizzati, che sono calcolati come segue:

$$\text{Punteggio Std.} = (\text{punteggio grezzo} - \text{media}) / \text{Deviazione std.}$$

Buona norma è anche quella di avere matrici in cui le osservazioni siano molto più numerose dei descrittori (variabili).

Il più grande vantaggio del metodo è che riesce efficacemente a sintetizzare le informazioni derivanti da grandi volumi di dati.

Le matrici di dati troppo voluminose difficilmente riescono a descrivere un fenomeno e non sono particolarmente informative. La maggior parte delle tecniche di analisi multivariata hanno lo scopo di ordinare e rendere più facilmente interpretabili le grandi masse di dati che vengono raccolte durante studi di tipo morfometrico.